– Si $m=2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} 2\sqrt{x^2-2}+2x = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4(x^2-2)-4x^2}{(2\sqrt{x^2-2}-2x)}$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-4}{\sqrt{x^2-2}-x} = 0$$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} m\sqrt{x^2(1-\dfrac{m}{x^2})}+2x = \lim\limits_{x\to+\infty} mx\sqrt{1-\dfrac{m}{x^2}}+2x$

$$= \lim_{x\to+\infty} x[m\sqrt{1-\frac{m}{x^2}}+2]$$

or $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} m\sqrt{1-\dfrac{m}{x^2}}+2 = m+2$

m	$-\infty$		-2		$+\infty$
$m+2$		$-$	0	$+$	

– Si $m<-2$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = -\infty$

– Si $m>-2$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = +\infty$

– Si $m=-2$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (-2\sqrt{x^2+2}+2x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4x^2-4(x^2+2)}{2x+2\sqrt{x^2+2}}$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{-4}{x+\sqrt{x^2+2}} = 0$$

Solution 9 :

1°/• La fonction $x \mapsto x^2+3x+1$ est définie sur **R** et en particulier sur $[0,+\infty[$.

• La fonction $x \mapsto \dfrac{\sin x}{x}$ est définie sur $\mathbf{R}^*$ et en particulier sur $]-\infty,0[$ donc D_f=**R**.